MINISTERUL EDUCAȚIEI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA JUDEŢEANĂ 10.03.2023
CLASA a VIII-a

1. Tétel (7 pont)

a) Bizonyitsátok be, hogy $a+\frac{1}{a}\geq 2,$ bármely a esetén, ahol a egy pozitiv, nullától különböző valós szám.

b) Számitsátok ki az x és y valós számokat, ha tudjuk, hogy $\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}+7}+\sqrt{9x^2+4y^2-12xy+4}=5$.

2. Tétel (7 pont)

Adott a következő kifejezés :

$E(x)=\frac{x^3-3x^2-x+3}{3x^2-48}:\left[\left(\frac{1}{x^2+2x}-\frac{1}{6-3x}-\frac{2}{x^2-4}\right):\frac{2x-8}{x^3-3x^2+2x}\right]$, ahol $x\in\mathbb{R}-\{-4,-2,0,1,2,3,4\}$

a) Bizonyitsátok be, hogy $x^3-3x^2-x+3=(x-3)(x-1)(x+1)$, bármely x valós szám esetén.

b) Mutassátok ki, hogy $E(x)=\frac{2(x+1)}{x+4}$.

3. Tétel (7 pont)

Adott a $VABCD$ szabályos négyoldalú gúla úgy, hogy $VA=10\,cm$ és $VM=5\sqrt{3}\,cm$, ahol M a BC szakasz felezőpontja.

a) Számitsátok ki az alapterületet.

b) Határozzátok meg a $\sphericalangle\big((VAC),(VBC)\big)$ szög tangensét .

c) Felveszünk a DC-n egy T pontot úgy, hogy $VT+TM$ összeg minimális legyen. Számitsátok ki a TC szakasz hosszát.

4. Tétel (7 pont)

Az $ABCDA'B'C'D'$ kockában az $\Delta AB'C$ háromszög területe $32\sqrt{3}cm^2$.

a) Határozzátok meg a kocka átlóját.

b) Bizonyitsátok be, hogy az $A'C$ egyenes merőleges az $(AB'D')$ sikra.

Subiectele au fost – propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.
Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Succes!